De l'événement au problème. Archéologie d'un paradigme mathématique

by ANDREA CAVAZZINI

Abstract

The article deals with the presence in Deleuze of an image of mathematical thought centered on the idea of problem. This vision of mathematics, which Emile Bréhier's studies trace back to the Stoic and Neoplatonic philosophies, feeds romantic thought as well as the Hegelian dialectic. Passing through the *Logic of sense*, today this "underground current" leads to the critics of the reduction of mathematics to the calculable and to the deconstruction of the primacy of algorithms.

La centralité des techniques algorithmiques dans les mathématiques contemporaines a incontestablement partie liée avec les inscriptions technologiques et sociales des outils calculatoires dans les sociétés actuelles. Toutefois, elle représente aussi autre chose qu'un phénomène sociologique : les orientations culturelles, intellectuelles et spirituelles qu'elle implique enveloppent une compréhension des mathématiques qui s'avère indissociable de sa performativité technico-sociale.

L'articulation singulière entre savoir et technique que réalisent les algorithmes doit sa puissance à la superposition qu'elle réalise entre « *effectivité* et *efficacité* » :

> Les raisons ultimes de la force et de la crédibilité de l'algorithme consistent largement dans la synthèse entre science théorique et science appliquée, entre recherche fondamentale et technique du calcul. L'algorithme est l'opérateur de cette synthèse. Si les recherches sur les fondements visent un concept abstrait de calculabilité effective, les sciences appliquées recherchent l'efficacité algorithmique en tant que propriété indispensable et naturelle de tout processus de calcul. (Zellini 2018 : 11-12)

Mais, alors que de l'effectivité « nous n'avons aucune définition logique ou mathématique exhaustive », l'efficacité peut être toujours identifiée à partir d'applications locales et de buts fixés de manière spécifique (Zellini 2018 : 30). Ainsi, ce qui est perdu en termes de définitions théoriques universelles et univoques est compensé par la certitude pragmatique : efficacité est ce qui satisfait nos besoins actuels, ce qui (nous) réussit à partir d'une situation pratique clairement définie et circonscrite.

En ce sens, la compréhension contemporaine de l'algorithme et de sa signification est indissociable du projet hilbertien de l'axiomatique : un système formel fermé, dont tous les démonstrations et les théorèmes correspondent à des positions prévisibles d'un ensemble fini de signes, matérialise le critère de l'efficacité au sens de de ce qui correspond à notre besoin immédiat de certitude et de contrôle. Autrement dit, les succès non seulement pratiques, mais aussi culturels, de l'algorithme et de ses conséquences viennent de son enracinement dans une exigence existentielle : celle de la maîtrise pratique d'une situation donnée.

Toutefois, ce que nous appelons « existence » ne peut se réduire à l'administration du déjà-connu et aux succès pratiques de la rationalité instrumentale rivée à la coordination mécanique entre des fins données et des moyens aptes à les satisfaire. L'enracinement existentiel des mathématiques peut signifier également la tentative de saisir, par le biais des idéalités mathématiques, les dimensions dynamiques, événementielles, discontinues et singulières de ce qui ne se laisse pas déduire.

Selon cette perspective, le rapport entre mathématiques et existence signifierait en premier lieu produire l'intelligence mathématique de ce qui excède par définition le contrôle, la prévisibilité, la calculabilité et la stabilité des paramètres et des identités. C'est dans cette direction que se développent des travaux comme ceux de Giuseppe Longo, visant à formuler mathématiquement les dynamiques du monde vivant, dont les caractéristiques fondamentales – la restructuration permanente des paramètres pertinents – rendent impossible de rattacher un parcours dynamique à une trajectoire au sein d'un espace des phases (Longo & Bailly 2006 et Longo & Montévil 2018) ; ou encore les travaux sur l'émergence de formes singulières à partir d'opérateurs hétérogènes, donc de contraintes que définissent, non plus des équations différentielles homogènes, mais des différences qualitatives présentes dans les différents points de l'espace-temps (Sarti, Citti & Piotrowski 2018).

Ces initiatives qui surgissent dans le champ mathématique contemporain requièrent et expriment à la fois une vision générale des mathématiques à la hauteur de leurs principes constitutifs. Il s'agit autrement dit de penser ces nouveaux objets que sont le devenir qualitatif, l'invention synthétique et le discontinu irréductible, d'un côté ; et, de l'autre, de construire des mathématiques susceptibles de concevoir rigoureusement des objets qui ne sont reconductibles à des paramètres fixés, à des données énumérables et à des procédures entièrement définies. D'une part, il faudra rattacher à ces objets formulés dans l'intuition des idéalités mathématiques rigoureuses ; d'autre part, c'est toute une idée de la rationalité mathématique qui sera rejouée à partir de cette articulation entre la rigueur et le dynamique, une idée entièrement différente de celle qu'induit le primat de l'algorithme[1].

[1] Les idées que nous proposons dans cette étude sont le fruit d'une réflexion commune menée avec Mathias Béjean depuis plusieurs années, notamment à l'occasion de la séance du 10 février 2018 du séminaire Mamuphi, intitulée « De la singularité du vivant à la *mathesis singularis* ».

Mathématiques de l'événement

L'œuvre philosophique de Gilles Deleuze contient de nombreux éléments de cette orientation du champ mathématique que nous essayons de caractériser. Il convient toutefois voir dans cette œuvre le maillon d'une chaîne qui, depuis l'Antiquité et en passant par tous les tournants modernes de la pensée mathématique, représente une manière de penser la conceptualisation exacte par-delà l'idéal du contrôle et de la sécurité préétablie. Il y a une tradition théorique qui, de l'intérieur même des mathématiques, s'efforce à la fois de saisir les différences productives du réel et d'ouvrir la pensée à des horizons qui dépassent les limites de l'instrumental et du vérifiable.

Deleuze a développé les points fondamentaux de cette tradition et a fourni, moyennant de nombreuses références, des indications pour en reconstruire le profil – un profil partiellement caché étant donné son statut minoritaire au sein de l'histoire de la pensée philosophique et scientifique. Notre but est de partir des travaux de Deleuze pour expliciter et approfondir les thèmes et les questionnements de cette tradition, et de revenir pour finir sur la manière dont elle peut représenter une critique directe du primat de l'efficacité calculatoire et de ses conséquences idéologiques.

Un passage de *Logique du sens* témoigne assez clairement de l'articulation, présente dans la pensée deleuzienne, entre la matérialisation dynamique des objets mathématiques et une vision complexe des potentialités du mathématique :

> Dans de belles pages où il oppose une conception théorématique et une conception problématique de la géométrie, le philosophe néo-platonicien Proclus définit le problème par les événements qui viennent affecter une matière logique (sections, ablations, adjonctions, etc.), tandis que le théorème concerne les propriétés qui se laissent déduire d'une essence. (Deleuze 1969 : 76)

Deux points sont à souligner. Premièrement, Deleuze parle des objets mathématiques dans les termes d'une « matière logique » affectée par des « événements ». La liste des événements qu'il mentionne montre qu'ils se résument à des opérations provoquant des transformations de la « matière » que constituent les entités géométriques.

Par-là, le champ mathématique est caractérisé comme un champ d'objets susceptibles de se transformer, d'agir, de subir, de s'altérer au fil d'un mouvement qui affecte leurs propriétés, lesquelles ne s'expriment qu'en se désappropriant, qu'en devenant-autre : en somme, le mathématique est le site d'un devenir qui se rapproche du dynamisme des êtres matériels. Deuxièmement, le champ mathématique est structurellement divisé en deux : un niveau, ou un mode, dit « problématique », interroge les formes du devenir des objets, tandis qu'un deuxième niveau, théorématique, rattache déductivement des propriétés à la norme préétablie d'une « essence ». Il y a donc deux mouvements internes au mathématique : d'une part, on a affaire à la saisie et à l'exploration des virtualités matérielles des idéalités ; d'autre part, on trouve un souci pour la prévisibilité des rapports hiérarchiques et réglés organisés par un emboitement statique d'entités (l'essence et ses propriétés).

Ce passage mérite d'être interrogé au-delà de sa lettre pour mettre en évidence les implications qu'il contient quant à l'idée générale des savoirs mathématiques. D'abord, on soulignera que Deleuze attribue à Proclus, dont il cite les *Commentaires sur le Livre I des Eléments d'Euclide*, une notion d'« événement » relevant de la pensée stoïcienne, dont *Logique du sens* développe longuement la structure et les implications. Il est possible d'approfondir les enjeux de cette superposition, dans le texte de Deleuze, entre les problématiques néoplatonicienne et stoïcienne.

En réalité, les deux points que Deleuze met en évidence chez Proclus – la matérialisation dynamiciste des objets mathématiques et la distinction entre théorème et problème – précèdent Proclus, et viennent d'un auteur dont les *Commentaires* constituent une source majeure (directement ou à travers une source intermédiaire, l'astronome Geminus) : Posidonius d'Apamée, un stoïcien fortement influencé par le platonisme.

La doctrine mathématique de Posidonius a été reconstruite dans un article de 1914 par Emile Bréhier, dont les travaux constituent une inspiration majeure de la compréhension deleuzienne du stoïcisme. Or Bréhier attribue à Posidonius la distinction entre théorème et problème :

> Cinq passages du *Commentaire sur le premier livre d'Euclide*, de Proclus, citent, sous le nom de Posidonius, un certain nombre de spéculations géométriques. Le premier a trait à la distinction qu'il y a entre un théorème et un problème. (Bréhier 1914 : 46)

Selon Bréhier, c'est toujours à Posidonius qu'il faut rattacher l'idée que les objets mathématiques constituent en quelque sorte une matière active et susceptible de transformations :

> Posidonius ne se contenta nullement de prendre la géométrie telle qu'elle est donnée [...] ; il s'efforça d'accorder la conception de la science géométrique avec l'idée que les stoïciens se faisaient de la science. (Bréhier 1914 : 52)

Mais cette idée repose justement sur un matérialisme dynamique que les visions aristotélicienne et platonicienne des entités mathématiques tenaient pour incompatible avec toute articulation au mathématique :

> L'existence des mathématiques a toujours posé un problème difficile à une doctrine sensualiste de la connaissance comme la doctrine stoïcienne. La géométrie, en particulier, a un caractère tout à fait paradoxal ; elle a affaire, comme l'avaient dit les platoniciens, à des êtres immobiles, éternels, incapables de génération et de corruption ; et, d'autre part, suivant l'explication d'Aristote, elle laisse entièrement de côté la recherche des causes

> pour s'occuper seulement de l'essence et de la propriété de ses objets. C'est là l'opposé direct de la physique stoïcienne : celle-ci, non seulement recherche les principes des êtres, mais voit avant tout dans ces principes des causes de changement qui produisent, par un développement interne et régulier, la suite des événements. La géométrie, qui ne révèle rien des puissances cosmiques dont l'objet est dans la pure pensée, ne rentre donc pas dans la philosophie. (Bréhier 1914 : 55)

Posidonius affirme au contraire que la géométrie fait partie de la physique au sens stoïcien du terme :

> Le double principe de la physique, la cause active et la matière passive, se retrouve en géométrie. Lorsque Posidonius définit la figure par « la limite qui enferme », au lieu de l'étendue qui est renfermée, c'est, comme l'explique clairement la suite du texte de Proclus, parce qu'il veut « séparer de la quantité étendue la raison (*τον λόγον*) de la figure, et la poser comme la cause de la limite subie par la quantité étendue ». (Bréhier 1914 : 56)

Autrement dit, si l'on suit la reconstruction de Bréhier, la présence dans le texte de Proclus de l'idée d'une « matière logique » supportant des événements relève d'une influence stoïcienne. Posidonius définit la figure comme l'action d'une limite, l'acte de renfermer étant l'événement qui affecte les corps étendus subissant l'action limitatrice. Limiter-être limité sont des opérations logiques dont le champ géométrique fournit la matière. Bien entendu, cette matière n'apparait pas comme immédiatement identique à celle qui constitue les corps physiques ; mais cette distinction est peut-être plus décisive pour nous que pour les stoïciens, qui attribuaient aussi à l'âme une nature corporelle.

D'ailleurs, opérer sur des figures est aussi un geste physique et matériel au sens ordinaire du terme, un geste qui constitue le support des spéculations géométriques et qui peut être facilement rattaché à d'autres gestes que les stoïciens utilisent comme des paradigmes du rapport corps-événements, tel l'exemple du scalpel cité par Bréhier :

> Lorsque le scalpel tranche la chair, le premier corps produit sur le second non pas une propriété nouvelle, mais un attribut nouveau, celui d'être coupé. L'*attribut* ne désigne aucune *qualité* réelle [il] est toujours au contraire exprimé par un verbe, ce qui veut dire qu'il est non un être, mais une manière d'être. Cette manière d'être se trouve en quelque sorte à la limite, à la superficie de l'être, et elle ne peut en changer la nature. (Bréhier 1928 : 12)

Mais si la manière d'être se trouve à la limite de l'être, c'est que la limite est elle aussi une manière d'être des corps, et non un corps. Or c'est de cette ontologie initialement centrée sur les manières d'être des objets et des événements quelconques que le passage peut être opéré vers les entités et les opérations mathématiques. Il semble donc que, entre les gestes matériels et les opérations mathématiques, des passages métaphoriques et donc analogiques soient possibles. Le geste de Posidonius inaugure ainsi l'« incorporation » des mathématiques aux métaphores gestuelles et corporelles sur laquelle insiste tout un courant contemporain de la philosophie des mathématiques (Lakoff & Nunez 2000).

Toutefois, le point important est un autre : c'est que Posidonius parvient, en pensant le champ mathématique à travers la théorie stoïcienne des événements, à formuler une vision des idéalités mathématiques centrée sur leur processus d'engendrement :

> Certains platoniciens, comme Speusippe, étaient fort scandalisés d'entendre parler de la génération des êtres mathématiques, c'est-à-dire de la génération d'êtres éternels. C'est, au contraire, un des points sur lesquels insistent le plus Geminus et Posidonius, que la possibilité d'engendrer par le mouvement les formes géométriques. Ils abandonnent la définition de la droite par ses propriétés et se la figurent issue ou bien d'un fil que l'on tendrait à ses deux extrémités ou bien du mouvement d'un point qui se dirigerait exclusivement vers un autre point. (Bréhier 1914 : 56-57)

Mathématiques de l'intensité

Cette vision dynamique d'entités mathématiques capables de s'engendrer les unes les autres par un mouvement expressif et productif est porteuse de conséquences considérables. A travers le néoplatonisme renaissant, elle nourrit les philosophies de Leibniz et Spinoza, avant de parvenir à l'idéalisme allemand, directement ou par la médiation de Moses Mendelssohn et de Salomon Maïmon :

> Dans son *Preisschrift* sur l'évidence, Mendelssohn distingue les grandeurs intensives et les grandeurs extensives. Les secondes sont soumises à la loi des *partes extra partes* alors que dans les premières les parties rentrent les unes dans les autres. Mendelssohn nous donne comme exemples de ces dernières, non seulement les intensités de la lumière, de la chaleur, etc., mais encore les degrés de la valeur d'un objet, de la vérité d'une proposition, du degré d'une perfection, etc. Maïmon suit cette distinction que Mendelssohn emprunte à Wolff, mais, tout en affirmant que les différentielles pourraient s'appliquer à d'autres qualités que celles de la matière, il tâche de montrer que les différentielles, telles qu'on en fait usage en mathématiques, sont de l'ordre de la qualité ; ce sont des « êtres métaphysiques », des « qualités des quantités ». Les différentielles ne sont pas des grandeurs extensives, étant donné qu'elles ne se forment pas à partir de parties homogènes. Elles sont intensives parce que leurs rapports sont déterminables les uns relativement aux autres. (Zac 1986 : 263)

C'est donc bien l'idée que les êtres mathématiques sont des centres dynamiques capables d'engendrer d'autres objets idéaux par un mouvement immanent qui permet à la culture philosophique et scientifique de la *Goethezeit* de concevoir une mathématique des intensités et des degrés intensifs de l'étant. Une telle mathématique est utilisée notamment par Hegel pour faire à la fois du vivant et de l'infini mathématique deux « modèles » de l'Absolu : cela implique de concevoir l'organisme comme un multiple intensif dont la fermeture circulaire est produite par la variation réglée des intensités se déterminant les unes les autres. L'engendrement réciproque des déterminations mathématiques de l'intensité rejoint l'engendrement des forces qui opèrent au sein du vivant (Cavazzini 2016).

Cette homologie entre le vivant et les mathématiques de l'intensité s'enracine profondément dans les perspectives philosophiques générales de l'Idéalisme allemand et du Romantisme. Il est même possible de parler d'une matrice mathématique propre à la philosophie de la *Goethezeit*, mais à condition de préciser qu'il s'agit d'une vision très précise des mathématiques, centrée sur le dynamisme à la fois conceptuel et naturel qu'elles expriment.

Selon John N. Findlay, l'Absolu hégélien est tout simplement « une finitude associée de manière essentielle avec une libre variabilité » (Findlay 1966 : 164). C'est l'idée du « vrai infini », que Hegel oppose à la « mauvaise infinité » propre à la réitération indéfinie de l'identique. Or l'opposition entre les deux infinités est rendue possible, dans le texte hégélien, par la distinction, centrale dans la section sur la Quantité de la *Science de la Logique*, entre la série extensive des nombres cardinaux et les degrés d'intensité qu'exprime l'échelle ordinale des grandeurs. L'ensemble est la figure fondamentale de la grandeur extensive, où les multiples apparaissent comme une série de moments extérieurs les uns par rapport aux autres, qu'expriment les nombres cardinaux (Hegel 1969 : 235).

Dans la grandeur *intensive* en revanche le multiple n'apparaît plus comme un simple nombre, mais comme un *degré*, comme un membre d'une échelle qui assigne à chaque unité une position au sein d'une hiérarchie de puissances, telle que l'exprime la série des ordinaux :

> Le nombre, en tant que quantum extensif, est multiplicité numérique, et son extériorité lui est immanente [...] ; le degré, en tant que simple en soi, n'a plus en lui-même cet être-autre extérieur, l'a en dehors de lui et s'y rapporte comme à sa précision [...]. De même que 20, en tant que grandeur extensive, contient les vingt unités en tant que grandeur discrète, de même le degré précis les contient sous la forme de la continuité qui est simplement cette pluralité définie ; il est le vingtième degré, et il ne l'est que grâce à cet ensemble qui lui est extérieur. (Hegel 1969 : 238-239)

Dans la sphère ordinale-intensive, chaque multiple est déterminé par quelque chose d'extérieur, mais cet extérieur ne relève pas d'un assemblage et d'une confrontation arbitraires, mais uniquement de la structure ordonnée qui assigne une place à chaque détermination concrète du multiple (Hegel 1969 : 239).

La position d'un multiple dans une structure ordonnée implique immédiatement un degré de réalité assigné à ce multiple, une intensité plus ou moins grande de son existence et de son action – la série ordinale organise des multiples en tant que déterminations de la pensée tout en les associant immédiatement à des puissances réelles :

> Le degré est une simple indication précise de grandeur, parmi une pluralité de pareilles intensités, différentes les unes des autres, n'étant chacune que dans un simple rapport avec elle-même, mais ayant aussi des rapports essentiels les unes avec les autres […]. Ce rapport du degré avec les autres à travers lui-même fait de la montée et de la descente dans l'échelle des degrés une progression incessante, un flux qui est une variation ininterrompue et indivisible ; chacun des différents multiples qui figurent sur cette échelle n'est pas séparé des autres, mais en tire au contraire son état défini (Hegel 1969 : 238-239).

Autrement dit, chaque quantum (ou multiple), est un degré singulier de puissance et d'intensité dont l'individuation, tout en dépendant de son rapport différentiel aux autres multiples de la série, constitue une détermination qualitative. Le degré n'est plus seulement l'élément d'une série composée par juxtaposition d'unités indifférentes et extérieures, mais une unité organique, un palier de l'être qui enveloppe des différences immanentes dans la singularité qu'il exprime et qui n'est jamais entièrement homogène à la série d'où il émerge, car il la récapitule à chaque fois du point de vue de sa puissance singulière.

L'individuation d'un degré relève finalement de sa liaison organique avec d'autres degrés au sein d'une échelle de puissances, mais chaque puissance apparaît aussi comme un individu doté d'une détermination propre, irréductible à une simple suite d'unités identiques. Si l'on adopte le point de vue de l'intensité, chaque « unité » constitue un excès sur la série, un jaillissement qui exprime toujours autre chose que son appartenance à un ensemble. Cet excès de l'individualité sur la série soustrait le multiple à la simple juxtaposition des *partes extra partes* et évite que la pensée de l'infini s'enlise dans l'« ennui » de la réitération (Hegel 1969 : 239) : le multiple intensif est une production continue de réalités singulières à chaque fois nouvelles, qualitativement déterminées.

Mathématiques de la totalité

En outre, le rapport entre les degrés intensifs et l'individuation réciproque des moments est l'opérateur décisif de la conceptualisation du « vrai » infini, distinct de l'infinité purement extérieure de la réitération. L'infini authentique est caractérisé par une clôture circulaire de l'engendrement des moments intensifs susceptible d'articuler la variation infinie et la détermination d'un espace de variations. Autrement dit, le problème de l'infini est indissociable de la capacité des mathématiques d'objectiver rigoureusement l'individuation d'une totalité et l'autodétermination d'une singularité irréductible.

D’une manière très significative, Hegel développe son traitement de ces problèmes à travers la célèbre lettre que Spinoza adresse à Lodewijk Meyer à propos de l’infini :

> L’exemple mathématique par lequel [Spinoza] illustre le vrai Infini est celui d’un espace circonscrit par deux cercles inégaux, l’un se trouvant à l’intérieur de l’autre, sans le toucher, et non concentriques. Il attachait, selon toutes apparences, une telle importance à cette figure et au concept qu’elle était destinée à illustrer, à titre d’exemple, qu’il en a fait la devise de son *Éthique* : les mathématiques, dit-il, concluent que les inégalités qui sont possibles dans un espace pareil, sont infinies, non en raison de la *quantité* infinie des parties, puisque sa *grandeur* est *définie* et *limitée*, si bien que je puis admettre des espaces plus grands et plus petits, mais parce que la *nature de la chose* est telle qu’elle dépasse toute précision. (Hegel 1969 : 275-276)

L’infinité actuelle des différences des segments qui se trouvent entre les limites dans l’espace engendré par les deux circonférences constitue un « tous » qui est infini et néanmoins actuel et parfaitement identifiable. Mais le « vrai » infini est caractérisé aussi par le fait que sa fermeture instaure une relation-à-soi, une auto-réflexion ou auto-référence qui fait du déploiement de ses déterminations internes un processus de développement immanent. C’est ce que Spinoza permet à nouveau de formuler :

> À l’Infini d’une série Spinoza donne le nom d’*Infini de l’imagination* ; à l’infini, au contraire, en rapport avec lui-même, il donne le nom d’*Infini de la pensée*, ou *infinitum actu.* Il est en effet *actu*, il est *réellement* infini, parce qu’il est achevé et présent. (Hegel 1969 : 276)

À partir de l’exemple philosophico-géométrique de Spinoza, Hegel repère d’autres avatars du vrai infini, suivant le fil conducteur de l’auto-réflexion et de la maîtrise que celle-ci permet d’exercer sur le multiple :

> [Les fractions] 2/7 et 1/1-a sont réelles non seulement en raison des membres existant dans la série [Elles] sont également des grandeurs finies, tout comme l’espace de Spinoza enfermé entre deux cercles et avec ses inégalités, et peuvent, comme cet espace, être rendues plus petites ou plus grandes. [Dans la fraction] 2/7 les chiffes 2 et 7, 4 et 14, 16 et 20, et ainsi de suite à l’infini, peuvent être mis à la place les uns des autres, sans que la valeur de la fraction en subisse un changement quelconque. C’est ainsi encore, et à plus forte raison, qu’on peut, dans la fraction a/b, mettre à la place de a et de b n’importe quel nombre, sans changer en quoi que ce soit ce que a/b est destiné à exprimer. On peut donc dire que a et b ne sont pas des grandeurs plus variables que x et y d’une fonction où ces lettres peuvent être remplacées par une quantité infinie, c'est-à-dire inépuisable, de nombres. (Hegel 1969 : 276-277)

L'enjeu central des formulations hégéliennes est le rapport entre la multiplicité infinie et la totalité qui la soumet à sa norme immanente : il s'agit pour Hegel de maîtriser les variations d'une multiplicité infinie au sein d'un champ conceptuellement délimité sans sortir des moyens immanents à l'activité mathématique. Le rapport entre les déterminations infinies des distances et les limites qui ferment l'espace articule en intériorité l'infini et le fini, tout en évitant de reconduire le mauvais infini. A travers cette circularité, l'individuation intensive se libère de l'extériorité de la série, de ce qui restait encore lié, dans la succession ordinale, à la répétition indéfinie de l'identique. L'infini devient « vrai » quand la série intensive se replie sur elle-même et produit une totalité organique qui se détermine elle-même uniquement à partir d'elle-même.

Il est donc possible de dire que le surgissement d'un degré intensif, l'enveloppement par chaque degré de la série qui le précède, le déploiement d'une infinité de différences et leur inscription en tant que variations dans la loi d'une structure définie, constituent des « événements » qui affectant la « matière logique » des multiplicités génériques sans pouvoir être déduits du multiple extensionnel des ensembles ni d'aucune autre entité figée. Ces » événements » actualisent un potentiel dynamique des multiples qui s'exprime dans l'efficacité d'une opération et non dans la régularité d'une déduction : l'invention mathématique fait apparaître des entités idéales chargées d'une puissance singulière de produire des effets dans le champ mathématique, tout comme la matière « naturelle » fait apparaître des entités réelles irréductibles à toute donnée initiale.

La relation entre l'idéalité et le réel « naturel » est aussi au centre de la pensée mathématique de Spinoza et de Hegel. En attribuant au « vrai » infini mathématique le pouvoir d'exprimer l'unité entre la variation interne et la « nature » déterminée d'une chose, Hegel articule les idéalités mathématiques et le réel d'une manière qui se rattache à Spinoza :

> La somme de toutes les distances inégales AB et CD comprises entre deux cercles, et celle de toutes les variations que la matière mue dans cet espace doit subir, dépassent tout nombre. Et cela ne se déduit pas de l'excessive grandeur de cet espace. Car on peut en prendre une portion aussi petite que l'on voudra, la somme de ces petites portions inégales dépassera toujours tout nombre. Et cela ne se déduit pas non plus de ce que, comme il arrive par ailleurs, nous n'avons pas leur maximum et leur minimum : n'avons-nous pas en effet dans notre exemple-ci un maximum AB et un minimum CD ? Au contraire, cela se déduit seulement de ce que la nature de la distance entre deux cercles ayant des centres différents ne peut rien subir de tel. Ainsi, celui qui voudrait déterminer par quelque nombre précis la somme de toutes ces inégalités devra en même temps faire en sorte qu'un cercle ne soit pas un cercle. (Spinoza 2010 : 100-101)

Ce texte affirme clairement que Spinoza traite l'infini d'un point de vue tant géométrico-mathématique que géométrico-physique (cf. les « variations de la matière mue dans l'espace »). Dans l'exemple de Spinoza, les totalités sont à la fois des formes mathématiques et des êtres réels. Ces êtres réels contiennent de l'infini, ils enveloppent de l'infini – mais il s'agit de l'infini intensif, de la relation différentielle entre des degrés d'intensité. Il y a de l'infini dans les « Touts » que sont les organismes dans la mesure où ils sont constitués comme tels par un processus incessant d'individuation, de composition et de recomposition – un processus dans lequel la composition du Tout et la différenciation des parties n'ont de cesse de s'articuler, soutenues par l'unification intensive du multiple qui se réalise à chaque instant de l'existence de l'organisme.

Finalement, les philosophies de Leibniz et de Spinoza et la *Naturphilosophie* allemande semble réactiver l'alliance entre mathématique et physique chez les stoïciens :

> Sans doute toute démonstration (en particulier, la démonstration par l'absurde) n'est pas la découverte de la cause ; mais la démonstration au sens fort permet de découvrir la cause d'une propriété comme celle de l'inscription des polygones réguliers dans le cercle : telle est du moins la pensée de Geminus, qui semble ainsi rapprocher dans la notion de cause la raison logique et la raison physique. (Bréhier 1914 : 56)

La remarque de Deleuze sur Proclus révèle donc un contexte historique et conceptuel extrêmement dense. Son profil émerge pourtant assez clairement. La rupture avec le platonisme et l'aristotélisme que Posidonius inaugure en articulant les mathématiques à la physique stoïcienne est relayée par Proclus et, à travers la tradition néoplatonicienne, donne vie à un courant souterrain de la pensée mathématique dont l'enjeu fondamental consiste à penser l'homologie structurelle entre, d'une part, les idéalités rigoureuses de la géométrie et de l'arithmétique, puis de l'algèbre, et, d'autre part, le dynamisme d'un réel en train de se faire, le mouvement productif d'une « nature » ouverte sur son propre élan créateur.

Mathématiques du problème

La vision des mathématiques reconstruite par Bréhier à travers Posidonius contient aussi une théorie des démarches et des niveaux internes au champ mathématique. L'originalité de cette vision ne se limite donc pas à sa manière de concevoir les objets et les opérations : une telle manière implique également une théorie de la structure du mathématique en tant que tel. Cette théorie se construit autour de la notion de « problème » :

> Le problème se pose la question de l'existence des êtres géométriques (εἴ εστί) ; le théorème se pose la question de nature ou de propriété (τι εστί.) : le problème est donc en tout cas antérieur au théorème, et, ajoute Geminus, le théorème est plus complet que le problème. (Bréhier 1914 : 57)

Cette distinction implique des conséquences majeures quant à la vision des pouvoirs et de la fonction de la pensée mathématique. D'abord, Bréhier rappelle qu'elle n'est pas acceptée facilement par le platonisme :

> Ce sont aussi des Platoniciens qui, pour maintenir la pureté théorique de la géométrie, refusaient d'accepter la distinction entre problème et théorème ; le problème qui prétend construire ou produire un être est incompatible avec le caractère spéculatif de la géométrie, qui n'envisage que des êtres achevés. (Bréhier 1914 : 57)

On trouve donc dans la distinction opérée par Posidonius la différence, attribuée par Deleuze à Proclus, entre des mathématiques productives, qui engendrent leurs objets en affectant une matière par des événements, et des mathématiques qui se limitent à assigner des propriétés à des essences à travers un enchaînement de définitions et de déductions. Mais l'analyse de Bréhier contient d'autres points qui méritent une étude attentive.

Selon les platoniciens, les mathématiques portent sur des entités « achevées », alors que les mathématiques du problème envisagées par Posidonius produisent des êtres « moins complets ».

De toute évidence, dans une logique substantialiste, l'achèvement des objets est la condition de leur concevabilité rigoureuse, car penser quelque chose signifie démontrer que certaines propriétés lui sont légitimement rattachées. L'approche par problèmes au contraire nous impose de penser des objets « incomplets », affectés par une indétermination relative, car il s'agit précisément d'effectuer leur existence.

Autrement dit, le problématique est un espace d'idéalités qui précède non seulement l'attribution déductive de propriétés, mais aussi la détermination complète de l'objet. Un objet problématique est un objet concevable et conçu, mais qui se situe en amont de toute théorie susceptible de le caractériser de manière définie. Dans l'espace du problématique, on peut donc développer des « programmes de recherches » invérifiés, faire agir ce que Hans Blumenberg appelle des « métaphores absolues » (Blumenberg 2006), qui anticipent et structurent toute homologie vérifiable dans l'expérience, expérimenter les potentialités d'objets « impossibles » ou paradoxaux, dont le statut est celui du fantôme voire du fantasme.

C'est l'espace où les mathématiques conçoivent des idéalités qui ne reposent pas sur une démonstration mais sur une position radicale de noyaux idéaux susceptibles d'engendrer des conséquences infinies : la ligne sans épaisseur, l'infini ou l'incommensurable. C'est aussi l'espace où la pensée peut poser librement l'équivalence entre les lois de l'espace physique et celles de la géométrie, l'homologie entre une ligne et une équation, l'invariance des lois dans tous les référentiels possibles...

Tous ces gestes mathématiques sont des pures positions de problèmes : ils précèdent les procédures de preuve et font exister quelque chose d'indéfini et de productif dans le champ mathématique au lieu de présupposer l'identité et la consistance d'un objet préexistant qu'il s'agirait uniquement d'explorer. L'« exploration » ici ne consiste pas à rattacher les pratiques mathématiques réelles aux lois d'un domaine entièrement balisé et sécurisé, ce que se proposent les approches fondationalistes, tant axiomatiques que logicistes : explorer veut dire, du point de vue des mathématiques du problème, engendrer effectivement ce que permet d'abord de deviner, ensuite d'esquisser avec de plus en plus de précision, la saisie initiale d'un noyau actif d'idéalités mathématiques.

C'est ce que Deleuze exprime en insistant sur la différence radicale entre problème et « solutions », et sur l'impossibilité pour celles-ci d'épuiser celui-là :

> Le problème a beau être recouvert par les solutions, il n'en subsiste pas moins dans l'Idée qui le rapporte à ses conditions, et qui organise la genèse des solutions elles-mêmes. Sans cette Idée les solutions n'auraient pas de *sens*. Le problématique est à la fois une catégorie objective de la connaissance et un genre d'être parfaitement objectif. « Problématique » qualifie précisément les objectivités idéales. Kant fut sans doute le premier à faire du problématique, non pas une incertitude passagère, mais l'objet propre de l'Idée, et par là aussi un horizon indispensable à tout ce qui arrive ou apparaît. (Deleuze 1969 : 77)

Les « solutions » sont les théories et les objets « complets » qu'il est possible de produire à partir de l'espace du problématique : impossible à saturer, ce dernier contient pourtant des virtualités que le devenir des mathématiques se charge d'exprimer sans le réduire à de l'entièrement explicité. Le problématique affirme le primat de l'inachevé et instaure la possibilité de la création.

Mathématiques de l'Absolu

La référence à Kant est significative. L'identification du problématique à l'Idée, et de celle-ci à l'horizon de tout ce qui peut apparaître en tant qu'« événement logique », rattache immédiatement la position kantienne à celle de l'idéalisme. Car les idéalités mathématiques en général relèvent, dans cette perspective, d'un niveau supérieur dans lequel la pensée dépasse le domaine de la vérification et de l'exactitude et s'élève à la sphère de l'Absolu.

Déjà chez Hegel le « vrai » infini, tout en restant entièrement immanent à la pensée mathématique, s'enracine dans une puissance supérieure de la pensée, celle qui permet de saisir l'Absolu en tant que tel, et qui fonde par conséquent l'homologie entre l'infini et la vie vus comme des modèles de la construction dialectique.

Ce à quoi nous invite la référence à Kant est donc de suivre l'organisation hiérarchique de la pensée mathématique jusqu'à atteindre le degré maximal des pouvoirs de la pensée : des objets et des opérations mathématiques à l'espace virtuel du problématique qui engendre le premier niveau sans s'y réduire, et de celui-ci aux opérations transcendantes de la raison spéculative.

Cette perspective sur les degrés de la pensée, que la théorie kantienne des Idées rouvre à l'époque moderne, a été développée de plusieurs manières différentes par les postkantiens. Si la solution hégélienne est (relativement) connue, il convient d'en mentionner une autre, plus directement liée à la pensée mathématique, et qui constitue aussi une source directe de Deleuze.

C'est chez un penseur postkantien comme Joszéf Wronski, notamment dans ses travaux sur le calcul infinitésimal, que l'on retrouve le thème des degrés de la pensée, ainsi que la tentative de déduire de manière organique les opérations inférieures des puissances supérieures :

> La conception d'une quantité finie est un produit de l'Entendement, qui, sous les conditions du tems qui lui sont propres, introduit une unité intellectuelle ou une signification dans l'être opposé au savoir. L'autre des deux fonctions dont il est question, l'idée de l'infini, est un produit de la Raison, qui, en lui-même, se trouve hors des conditions du tems, et par conséquent inapplicable ou transcendant dans l'usage constitutif que nous faisons du savoir pour la connaissance de l'être, c'est-à-dire, inapplicable dans cet usage particulier du savoir qui constitue les lois de nos connaissances immanentes, ou de nos connaissances qui peuvent être constatées par l'expérience dont la première condition est le tems. (Wronski 1814 : 34)

Wronski fournit ici sa version de la distinction hégélienne entre vrai et faux infini : le vrai infini est l'infini produit par la Raison, qui dépasse toute vérification par l'expérience. Cet infini transcendant se transforme dans une figure plus empirique de l'infinité à partir du moment où la pensée l'articule à la temporalité :

> Employé au moins d'une manière régulative, en le soumettant, par l'influence du Jugement, au conditions du tems qui lui sont étrangères, ce produit de la Raison, l'idée de l'infini, transformée ainsi en idée de l'Indéfini , sert à lier les conceptions mêmes que nous avons de la quantité ; c'est-à-dire, en parlant aussi un langage plus philosophique, l'idée de l'infini où transpire l'absolu, se trouvant, en vertu de la médiation du Jugement, transformée en idée de l'indéfini, par l'application des conditions du tems, sert, au moins régulativement, dans la sphère immanente de nos connaissances, et cela en introduisant la dernière unité ou la dernière signification, non dans l'objet du savoir, dans l'être, mais bien dans les fonctions mêmes du savoir, relatives à la connaissance de la quantité. (Wronski 1814 : 34)

Le texte de Wronski reformule la hiérarchisation immanente à l'idée d'une mathématique des problèmes et renvoie au dépassement du problématique lui-même. La libre position problématique des idéalités qui précède la construction des connaissances effectives correspond ainsi à la « médiation du jugement », à l'acte qui articule l'infini aux « conditions du temps ». Mais la raison pure, précédant le jugement, constitue une sphère supérieure de la pensée, où l'idéalité n'apparaît pas comme la structure interne du problématique, donc comme un espace virtuel destiné à engendrer dans le réel des objets et des opérations empiriques, mais uniquement comme « respiration de l'absolu » :

> L'idée de l'infini qui, par elle-même, se trouve hors des conditions du temps et qui, par conséquent, ne trouve point d'application immédiate à l'objet du savoir ou à l'être qui est opposé à ce dernier […] ne peut porter que sur les fonctions mêmes du savoir, où elle introduit la plus haute unité intellectuelle ou la plus haute signification. (Wronski 1814 : 35)

Le problématique n'a donc pas de pouvoir producteur autonome : il relève d'une autre puissance immanente à la pensée, qui consiste dans la position, ou dans la contemplation, de la « plus haute unité », de la « plus haute signification » ou du Plus-Haut en tant que tel. Ce n'est qu'en redescendant dans les conditions du temps à travers la médiation du jugement que le Plus-Haut s'exprimant dans l'idée de l'infini devient le noyau générateur de nos connaissances mathématiques, en revêtant ainsi la fonction du problématique.

Mais le problématique, s'il précède toute connaissance d'un objet défini, suppose néanmoins une détermination par le jugement, est soumis aux conditions temporelles de l'engendrement organique des idéalités, alors que l'infini en tant que tel est tout simplement l'Inconditionné. Autrement dit, le problématique est une libre position d'idéalités, de noyaux de pensée et de formes ouvertes, mais il est lui-même précédé par un moment où la pensée ne rencontre que sa propre activité, avant toute détermination, même inachevée et purement virtuelle, d'un objet. L'Absolu de Wronski est la pensée-en-tant-que-pensée, n'ayant affaire qu'à elle-même avant toute prestation fonctionnelle, théorématique ou problématique. Ainsi, la sphère problématique ouvre sur l'espace du *sens* en tant qu'espace où tout problème et tout objet peuvent apparaître avant toute détermination : c'est le libre jeu de la pensée avec elle-même, matrice virtuelle de tous les objets et de toutes les opérations du savoir.

Conclusion : mathématiques du sens

Si les mathématiques dynamiques dont nous avons essayé de reconstruire le « courant souterrain » trouvent aujourd'hui des prolongements dans les recherches sur le vivant et sur l'hétérogenèse, les mathématiques du problème semblent faire l'objet d'une réactivation dans les travaux logiques de Jean-Yves Girard, qui impliquent une critique des mythes philosophiques et idéologiques de l'algorithme.

Deleuze reformule le primat du problème en distinguant entre question et réponse :

> La question se développe dans des problèmes, et les problèmes s'enveloppent dans une question fondamentale. Et de même que les solutions ne suppriment pas les problèmes,

> mais y trouvent au contraire les conditions subsistantes sans lesquelles elles n'auraient aucun sens, les réponses ne suppriment aucunement la question, ni ne la comblent, et celle-ci persiste à travers toutes les réponses. (Deleuze 1969 : 79)

C'est à partir de la distinction entre question et réponse que Girard critique l'idée, propre à l'axiomatique, que les réponses préexistantes a priori précédent et orientent les questions, et la croyance, engendrée par l'informatique théorique, de l'autosuffisance de réponses quantitativement illimitées mais dépourvues de questions :

> La chance des logiciens de ma génération aura été de côtoyer la machine-qui-répond, celle qui produit des réponses à l'état natif : l'ordinateur […]. L'exemple de l'ordinateur nous montre la possibilité d'envisager la réponse en elle-même. On est ainsi amené à s'abstraire du sens, à couper le cordon ombilical avec la question. La réponse acquiert alors un statut autonome, devient un objet scientifique. C'est parce que nous ne la considérons plus que sous son angle *analytique*, brut : il s'agit d'un texte, que nous ne savons même pas lire, produit par un protocole que nous ne cherchons pas à comprendre, mais dont les rouages peuvent être disséqués, étalés sur une table. (Girard 2016 : 28)

Le primat de l'analytique, ouvert par les pouvoirs réels et les séductions imaginaires de l'ordinateur, évacue radicalement le problématique et donc l'irréductibilité du sens : en portant aux extrêmes conséquences l'axiomatique hilbertienne, un tel primat implique la réduction de la pensée à des procédures mécanisées dépourvues de questions, de buts et d'actes créateurs non normalisables :

> Si le sens est l'usage, l'analytique est ce qu'on n'utilise pas, ce qu'on ne met pas en relation. Mettre en contexte, utiliser, donner un sens, toutes opérations éminemment subjectives refusées par l'analyticité. C'est à ce prix exorbitant, l'ablation du sens, que l'analytique peut faire taire toute critique et atteindre une sorte d'objectivité […] : il n'est que lui-même, donc transparent et insipide. (Girard 2016 : 32)

Ériger l'analytique en modèle de la science et de la raison signifie sacrifier la création intellectuelle au nom de la prévisibilité et de la certitude : les technologies informatiques semblent ainsi réactiver l'idéal d'une mathématique entièrement déductive ou théorématique au sens de Proclus et de Posidonius ; car, dans une mathématique vidée de tout problème, la déduction qui rattache des propriété à des entités est précisément une opération analytique, indiscutable et certaine, bien que tautologique à la limite et dépourvue de sens. Dans une telle image de la connaissance, les réponses précédent les questions, et toute question se réduit à un flottement subjectif que supprimera son rattachement à une réponse qui lui préexiste depuis toujours.

Selon Girard, cette image est parfaitement obscurantiste :

> La plus grande partie de l'activité intellectuelle consiste à parler de ce que nous n'avons pas : l'amour inaccessible, les horizons perdus ou encore l'infini […]. La pensée, le raisonnement sont du ressort de l'implicite, alors que l'explicite se limite à la vérification mécanique. (Girard 2016 : 35-36)

Autrement dit, toute réponse analytiquement déterminable n'est qu'une machinerie, ou une machination, pour combler provisoirement l'exigence d'un questionnement qui ne relève d'aucune procédure :

> La réponse ne retrouve son sens qu'en s'engageant, en prenant le risque de dire quelle question elle résout. La relation question/réponse, véritable cœur de la logique, se révèle infiniment complexe. Elle est du domaine du synthétique, espace du véritable savoir. (Girard 2016 : 55)

Si la logique doit être à la fois doctrine de la science et théorie de la raison, elle doit opérer la liaison entre les réponses effectuables et la position des questions. Mais cette position s'articule à l'infini de la pensée, car toute question suppose une mise en contexte, et tout contexte relève d'un « usage » des constructions de la pensée qui reste non délimitable, « mode abstrait et *infini,* inachevable et inépuisable » (Girard 2016 : 23). Autrement dit, tout « objet » concevable, dont l'analytique peut étaler les mécanismes et les structures, peut être employé suivant l'interprétation et l'exploration infinie de contextes multiples, non saturables, en excès sur toute norme déjà fixée.

Le critère de l'usage contextuel en tant que lieu d'engendrement de toute question et de tout problème possible permet de découpler l'effectivité et l'efficacité. L'enracinement des objets de la pensée dans des modes d'emploi potentiellement infinis les rend effectifs, c'est-à-dire fondés sur l'immersion dans des contextes pragmatiques concrets, sans préjuger de leur efficacité mesurée à l'aune des situations et des normes déjà connues. Le fil conducteur du problématique débouche donc, à travers le parcours archéologique qu'il rend possible, sur l'idée d'une logique qui serait littéralement « logique du sens » : non pas fondement des mathématiques mais excès immanent qui définit l'espace de leur auto-réflexion radicale.

BIBLIOGRAPHIE

Bailly, F., & Longo, G. (2006). *Mathématiques et sciences de la nature : la singularité physique du vivant*. Paris : Hermann.

Blumenberg, H. (2006). *Paradigmes pour une métaphorologie* (traduit de l'allemand par F. Gammelin). Paris : Vrin.

Bréhier, É. (1914) « Posidonius d'Apamée théoricien de la géométrie ». In *Revue des Études Grecques*, tome 27, fascicule 121, 44-58.

Cavazzini, A. (2016). *Sciences de la vie, mathesis, infini : Nouvelles études d'archéologie des savoirs.* Paris : Hermann.

Deleuze, G. (1969). *Logique du sens.* Paris : Minuit.

Findlay, J. N. (1958). *Hegel : A Re-examination.* London : Allen & Unwin.

Girard, J.-Y. (2016). *Le fantôme de la transparence*. Paris: Allia.

Hegel, G.W.F. (1969). *Science de la logique* (traduit de l'allemand par S. Jankélévitch). Paris : Aubier.

Lakoff, G., & Nuñez, R. (2000). *Where mathematics come from.* London : Basic Books.

Longo, G., & Montévil, M. (2018). « Extended Criticality, Phase Spaces and Enablement in Biology ». In *Chaos, Solitons and Fractals*, Volume 55, October 2013, 64–79.

Sarti, A., Citti, G., & Piotrowski, D. (2019). « Differential heterogenesis and the emergence of semiotic function ». *Semiotica*, Volume 2019, Issue 230, 1-34.

Spinoza, B. (2010). *Correspondance* (traduit, présenté et annoté par M. Rovere). Paris : Flammarion.

Wronski, J. (1814). *Philosophie de l'infini.* Paris : Didot.

Zac, S. (1986). « Noumène et différentielle dans la philosophie de Salomon Maïmon ». In *Revue d'histoire des sciences*, tome 39, n°3, 255-272.

Zellini, P. (2018). *La dittatura del calcolo*. Milan : Adelphi.